

4º E.S.O.

Espacio y forma

Lectura: LA PIRÁMIDE DE KEOPS

La pirámide de mayor dimensión de todo el mundo, Keops –o la Gran Pirámide– es la primera y la mayor de las tres grandes pirámides de la Necrópolis de Giza, en las afueras de El Cairo, en Egipto. Fue el edificio más alto (tiene una altura de 145 metros) hasta el siglo XIX, cuando se construyó el primer rascacielos moderno. Lo que la convirtió en una de las Siete Maravillas del Mundo Antiguo fue su constitución: cada una de las piedras usadas para construirla pesa más de dos toneladas. Más de dos millones de esas piedras fueron necesarias para conformar la pirámide.

El Faraón Keops perteneció a la Cuarta Dinastía, alrededor del año 2560 a.C., lo que da como resultado que la pirámide data de hace 4.500 años aproximadamente. Se cree que fue construida, según las costumbres egipcias, para albergar los restos del faraón una vez que éste iniciara su viaje a la nueva vida.



Fuente: www.culturageneral.net/.../piramide_de_keops.htm

I. Sobre la forma.

■ 1. Teniendo en cuenta el monumento que te planteamos como cuerpo geométrico. Rellena los huecos:

a) ¿Cuántas caras, vértices y aristas tiene?

Caras: Vértices: Aristas:

b) La pirámide de Keops es de base cuadrangular. Completa la tabla con el número de caras, vértices y aristas de las diferentes pirámides, según sea el polígono de sus base:

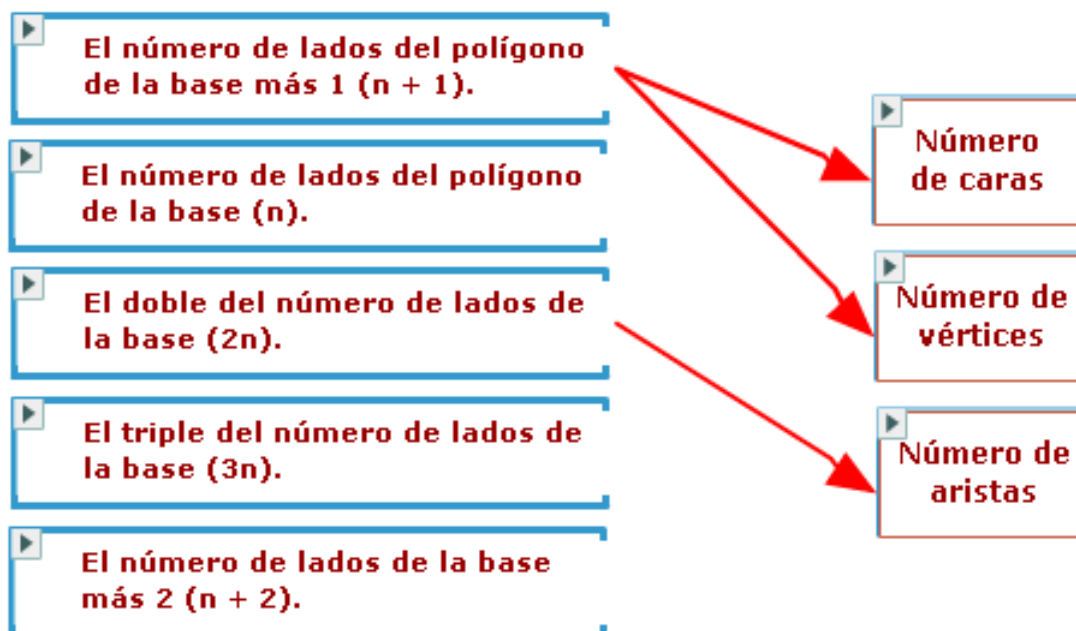
Número de lados de la base	Caras	Vértices	Aristas
3 (Triángulo)	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="6"/>
4 (Cuadrado)	<input type="text" value="5"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text" value="8"/>
5 (Pentágono)	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="10"/>
6 (Hexágono)	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="12"/>
7 (Heptágono)	<input type="text" value="8"/>	<input type="text" value="8"/>	<input type="text" value="14"/>
8 (Octógono)	<input type="text" value="9"/>	<input type="text" value="9"/>	<input type="text" value="16"/>

c) ¿Cuál sería el número de caras, vértices y aristas de una pirámide cuyo polígono de la base tiene 100 lados?

Caras: Vértices: Aristas:

I. Sobre la forma.

- 2. Generaliza el resultado para cualquier tipo de pirámide (cuya base es un polígono de n lados). Asocia mediante flechas algunas de las siguientes frases con caras, vértices y aristas:



Utiliza lo descubierto para comprobar que en cualquier pirámide se cumple ley de Euler para los poliedros:

$$\text{Ley de Euler: } n^{\circ} \text{ de caras} + n^{\circ} \text{ de vértices} = n^{\circ} \text{ de aristas} + 2$$



La Gran Pirámide es la mayor de las tres que se extienden en la llanura de Giza, cerca del actual El Cairo. Tuvo una altura de 280 codos en su origen. El lado del cuadrado de la base mide 440 codos, eso es casi un cuarto de kilómetro.

En su construcción, se calcula que se emplearon entre 2'3 y 2'5 millones de bloques de piedra, los cuales están tallados con precisión óptica, y oscilan de media entre las 2 y 2'5 toneladas de peso, lo que no quita que también los haya de 60 toneladas. Las juntas entre los bloques son tan exactas que no es posible introducir una hoja de cuchillo entre dos de ellos. En su mayoría se empleó la piedra caliza, pero también el duro granito.

Toda esta mole se asienta sobre una plataforma nivelada artificialmente, con errores mínimos, lo que no deja de constituir un auténtico logro incluso para nuestra época.

II. Medidas: distancias, áreas y volumen.

- 3. Completa la siguiente tabla rellenando los huecos. Expresa los resultados redondeando a números enteros:

Unidades Egipcias			
■ Longitudes (codos)			
LADOS	440	ARISTA	418
ALTURA	280	APOTEMA	356
DIAGONAL	622	PERÍMETRO	1.760
■ Superficie (codos cuadrados)			
ÁREA DE LA BASE	193.600	ÁREA DE UNA CARA	78.320
■ Volumen (codos cúbicos)			
	18.069.333		

LADOS: es la longitud de los lados del cuadrado de la base.

ALTURA: se refiere a la altura de la Pirámide.

DIAGONAL: es la diagonal del cuadrado de la base.

ARISTA: se refiere a las cuatro aristas que ascienden hasta el vértice de la pirámide.

APOTEMA: es la altura de las caras triangulares de la pirámide.

PERÍMETRO: se refiere al perímetro de la base.

II. Medidas: distancias, áreas y volumen.

La equivalencia entre la unidad utilizada por los egipcios, el codo real, y el metro es: 1 codo real = 0´523 metros.

- 4. Haz la conversión de la tabla anterior al sistema métrico decimal rellenando los huecos. Expresa los resultados redondeando a números enteros:

Sistema Métrico Decimal			
■ Longitudes (metros)			
LADOS	<input type="text" value="230"/>	ARISTA	<input type="text" value="219"/>
ALTURA	<input type="text" value="146"/>	APOTEMA	<input type="text" value="186"/>
DIAGONAL	<input type="text" value="325"/>	PERÍMETRO	<input type="text" value="920"/>
■ Superficie (metros cuadrados)			
ÁREA DE LA BASE		ÁREA DE UNA CARA	
<input type="text" value="52.955"/>		<input type="text" value="21.423"/>	
■ Volumen (metros cúbicos)			
<input type="text" value="2.584.920"/>			

Con respecto a sus peculiaridades matemáticas, ya en el siglo V a.C., Herodoto afirma en uno de sus textos que los sacerdotes egipcios le habían mostrado que el cuadrado de la altura total de la pirámide de Keops era igual al área de una cara. Rellena los huecos:

Cuadrado de la altura: m.

Área de una cara: m.²

¿Tenían razón los sacerdotes egipcios?

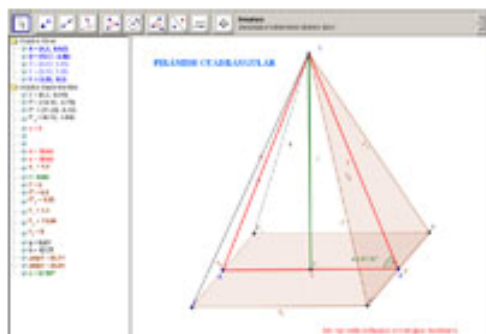
Para definir las dimensiones de una pirámide, normalmente nos fijamos en el lado y la altura, pues con estas dos magnitudes podemos calcular todas las demás, como has podido comprobar en la actividad anterior.

Una de las principales medidas que usaban los egipcios era el ángulo de inclinación de las caras de la pirámide, que se obtiene de la relación que hay entre el lado de la base y la altura. La inclinación de las caras era medida en Seked (un dato que es el doble de la cotangente del ángulo).

Veamos usaban el triángulo meridiano, triángulo isósceles que se produce al seccionar la pirámide en dos mitades iguales desde el vértice y pasando por la mitad de las caras. Los dos ángulos iguales de este triángulo nos dan la inclinación de las caras.

III. Ángulos. Inclinación.

5. Primero te vamos a plantear que resuelvas el Problema 56 del papiro Rhind. Pregunta el escriba Ahmes: "Si una pirámide tiene una altura de 250 codos, y el lado de su base mide 360 codos, ¿cuál es su Seked?"



Lanzar Applet

Esta actividad precisa de ordenador para su realización.

Seked:

Utiliza la calculadora para medir el ángulo de inclinación de las siguientes pirámides de Egipto:

La medida de los ángulos se debe redondear a minutos.

Pirámide	Lado (codos)	Altura (codos)	Ángulo
Seneferu	420	196	<input type="text" value="43° 1'"/>
Jufu (Keops)	440	280	<input type="text" value="51° 51'"/>
Jafra (Kefrén)	410	273'3	<input type="text" value="53° 8'"/>
Isesi	150	100	<input type="text" value="53° 8'"/>

Pirámide del Louvre.

Esta Pirámide de cristal, inaugurada en 1989, es obra del arquitecto estadounidense de origen chino Leoh Ming Pei. La pirámide tiene 666 rombos de vidrio y ocupa 1.250 metros cuadrados, 35'4 metros de largo y 21'65 metros de altura. Su construcción fue una conmoción ciudadana, al igual que la del Centro Pompidou. Ahora, esa pirámide, además de práctica, a todo el mundo nos parece bonita y adecuada.



Fuente: http://es.wikipedia.org/wiki/Pir%C3%A1mide_del_Museo_del_Louvre

- 6. Comprueba que la pirámide del Louvre tiene prácticamente la misma inclinación que la gran pirámide de Keops.

Inclinación de la pirámide de Keops	<input type="text" value="51° 50'"/>
Inclinación de la pirámide del Louvre	<input type="text" value="51° 07'"/>

IV. Semejanza.

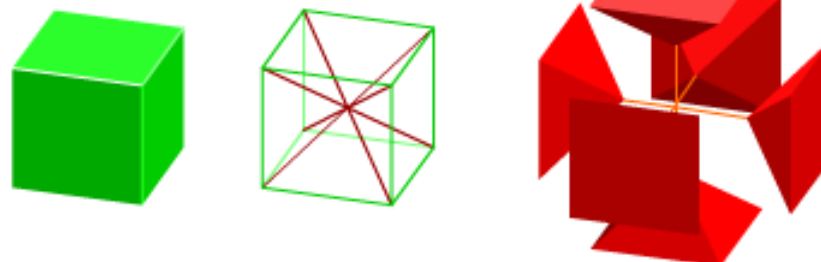
Con el ángulo de inclinación se puede definir una pirámide que sea igual en forma, aunque no necesariamente en tamaño, que otra dada. Es decir, dos pirámides regulares, de cuatro lados cada una, que tengan el mismo ángulo de inclinación de caras, serán iguales en forma o aspecto, aunque pueden tener tamaños diferentes y, en este caso, se dice que una de las pirámides está realizada a escala de la otra. Esta relación o escala entre ellas es la razón de semejanza.

Podemos encontrar dos pirámides de base cuadrada en los poliedros regulares.

La primera es la mitad de un octaedro. En este caso, las caras laterales son triángulos equiláteros.



La segunda es la sexta parte de un cubo, utilizando como vértice el centro del cubo y como base una de sus caras.



7. Completa las tablas siguientes:

a) Comprueba si estas pirámides tienen las mismas proporciones que la Gran Pirámide. Utiliza para ello el cálculo del ángulo de inclinación:

Inclinación de las pirámides	Ángulo
Seneferu	<input type="text"/>
Jufu (Keops)	<input type="text"/>
Jafra (Kefrén)	<input type="text"/>
Isesi	<input type="text"/>

b) Comprueba si las siguientes pirámides guardan la misma proporción:

Pirámide	Lado (codos)	Altura (codos)	Ángulo
Huni	275	175	<input type="text"/>
Niuserra	150	95.45	<input type="text"/>

IV. Semejanza.

- 8. Señala cuál será la relación de semejanza entre estas dos pirámides, las cuales guardan la misma proporción:

Pirámide	Lado (codos)	Altura (codos)	Ángulo
Huni	275	175	$51^{\circ} 50'$
Niuserra	150	95.45	$51^{\circ} 50'$

 1 / 4 6 / 11 4 / 7 1 / 2

IV. Semejanza.**9. ¿Cual será la relación entre la superficie de las bases?**

Señala si es verdadera o falsa cada una de las siguientes afirmaciones:

Pirámide	Lado (codos)	Altura (codos)	Ángulo
Huni	275	175	51° 50'
Niuserra	150	95.45	51° 50'

La misma relación de semejanza.

V

F

El doble de la relación de semejanza.

V

F

El cuadrado de la relación de semejanza.

V

F

IV. Semejanza.

- 10. Queremos construir una reproducción de la Gran Pirámide y para ello utilizamos la escala 1:500.

Responde a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál será el volumen de nuestra reproducción?

b) ¿Qué relación presenta con el original?