

GUÍA DEL PROFESOR

Cantidades millonarias y crecimientos espectaculares

Estudios internacionales, como PIRLS o PISA, destacan la importancia de la lectura como base para unos buenos resultados escolares.

En lo referente a la comprensión lectora el informe PISA 2006 refleja un notable descenso del promedio español que se sitúa muy por debajo del de la OCDE. Una de las conclusiones de este informe dice:

“La lectura y la mejora de la comprensión lectora de los alumnos españoles debería convertirse en un objetivo del conjunto de la sociedad, en el que se impliquen, además de las autoridades y los agentes educativos, las familias, las instituciones y los medios de comunicación.”

Conscientes de ello y conocedores de que la lectura y el uso de la biblioteca y las TIC como fuente de información deben ser parte integrante de la labor docente ofrecemos este cuaderno de lectura. Sus objetivos generales son el fomento de la lectura como medio para mejorar el rendimiento académico y el ofrecimiento de orientaciones que impulsen a la lectura y el uso de la biblioteca escolar en la asignatura de Matemáticas.

En este cuaderno está destinado a alumnos que cursan la opción A de matemáticas de 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria, de carácter terminal frente al carácter propedéutico de la otra opción. Este hecho se ha tenido presente en la selección de textos y actividades incluidos en el cuaderno. Se trata de textos de lectura variados (relatos, artículos de divulgación, gráficas, comics, etc.), y preguntas sobre ellos y sobre el tema al que hacen referencia. Dichos textos permiten trabajar la comprensión global, la obtención de información, la elaboración de una interpretación, la reflexión sobre el contenido y la reflexión sobre la estructura de un texto. A ello se une la toma de decisiones pues, cuando la información del texto no es suficiente, y los alumnos son los que tienen que decidir cuándo les resulta insuficiente, tienen que buscarla en otros libros, enciclopedias o internet.

Y es ahí donde entra en juego la biblioteca escolar. Entendemos que ésta es un escenario clave de aprendizaje de los alumnos y un espacio de recursos culturales

de diversa índole. En ella los alumnos van a encontrar diferentes soportes de información y deben aprender a manejarlos todos: libros, enciclopedias, internet, cds. Por todo ello, este cuaderno está pensado para trabajarlo, en la medida de lo posible, no en el aula sino en la biblioteca del centro donde se reúnen todos estos soportes. Cuando se acuda a la biblioteca habrá que indicar al alumno que la información que se pide debe buscarla en enciclopedias, en libros del nº 5 de la CDU. De no poder disponer de la biblioteca porque esté ocupada, hay que garantizar que en el aula donde se vaya a trabajar haya libros suficientes para las consultas que deban realizar los alumnos, o al menos, ordenadores.

De este modo al trabajar el cuaderno el alumno pasará, de ser lector pasivo, a ser lector activo y creativo y conocerá y usará la biblioteca del centro con todas las ventajas que ambos aspectos brindan y conllevan para su formación académica.

En cuanto a los textos de este cuaderno, en su elección prima el que sean textos que permitan trabajar la lectura y la búsqueda de información de forma diferente a como se plantean en los libros de texto; que permitan completar los contenidos del currículo oficial establecido en su día por el Ministerio de Educación, Política social y Deporte (1631/2006 publicado el 5 de enero de 2007 para la ESO) y, a la vez, que coadyuven en los contenidos del plan lector del centro. De este modo, los cuadernos pueden trabajarse en todo el estado español.

En lo referente a las preguntas que se les proponen, algunas son cerradas, esto es, el alumno tiene simplemente que elegir la respuesta que crea acertada. Otras, por el contrario, son abiertas. En este caso el alumno tiene que contestarlas tras reflexionar e interpretar la información obtenida bien a partir de los textos facilitados, bien a partir de la información que él encuentre.

El tema del presente cuaderno es el manejo de cálculos con cantidades muy grandes o muy pequeñas, en diferentes situaciones, usando la notación científica y aplicando conocimientos matemáticos de distintos bloques de contenidos. Así, tras un breve prólogo, se propone una primera lectura de un relato de ficción de autoría propia en el que está implicada la idea del crecimiento exponencial y la necesidad de utilizar tablas y gráficas, evaluando la información que de ellas se obtiene. El segundo texto, es un extracto de un libro de divulgación científica, y en el mismo se plantean argumentos acerca de la vida en el universo, obligando al lector a usar notación científica para efectuar medidas de grandes magnitudes de volumen, tiempo, etc. Finalmente, el tercer texto tiene forma de cuento y procede de un libro de matemática recreativa, siendo, en este caso, el cálculo de probabilidades el que suscita la necesidad de manejar números en notación científica para expresar valores muy pequeños.

Todos los textos son precedidos de una breve introducción motivadora, para situar el contexto y preparar el terreno para el trabajo del alumno. Se intercalan entre los textos tres viñetas humorísticas, con intención motivadora. Cada texto viene acompañado de un cuestionario, dentro del cual se intercalan dos tiras cómicas como punto de apoyo para la realización de nuevas actividades. Mediante el

cuestionario se trabajan los elementos de comprensión lectora arriba mencionados, tanto en su vertiente literaria como en sus aspectos específicamente matemáticos, cumpliendo los siguientes propósitos:

- a) Comprensión global: distinguir ideas principales y secundarias, entender explicaciones o razonamiento matemáticos, detectar hipótesis y conclusiones, etc.
- b) Obtención de información: de tipo literal y sobre el contexto histórico y cultural; de tipo matemático: términos y propiedades, datos numéricos, información gráfica;
- c) Elaboración de una interpretación: interpretar información en forma de diagramas, tablas, gráficas o plásticas, expresiones numéricas, notación simbólica y fórmulas algebraicas; y elaborar esa información con el fin de tratarla matemáticamente, por ejemplo trasladando información de una a otra forma de representación, o traduciendo a lenguaje simbólico los datos, condiciones e incógnitas del enunciado de un problema.
- d) Reflexión sobre el contenido, valorando contenidos literales y matemáticos.
- e) Reflexión sobre la estructura de un texto: forma, estilo, intencionalidad, etc.

A cada cuestionario le siguen propuestas de trabajo para ampliación de conocimientos, bajo el epígrafe *para saber más*, a través de las cuales se incide en la necesidad de buscar más información con vistas a desarrollar las ideas y sugerencias del texto, y en la utilización con creatividad tanto del lenguaje escrito y oral como de las distintas formas de expresión matemática.

Este planteamiento es plenamente coherente con el currículo de Matemáticas en esta etapa. Los Decretos que lo establecen resaltan la contribución de esta área al desarrollo de las competencias lingüísticas. Los textos y las actividades de este cuaderno tienden a reforzar el papel de las matemáticas como un lenguaje que ayuda a comprender y representar mejor el mundo, y el desarrollo de las facultades de razonamiento, abstracción y expresión como finalidad de su enseñanza.

Por otra parte, los contenidos matemáticos trabajados en este cuaderno forman parte de los establecidos para el segundo ciclo de ESO (pudiendo observarse algunas variaciones entre unas y otras comunidades autónomas). Tomando como marco de referencia los bloques de contenido correspondientes a las enseñanzas mínimas, el cuaderno incide especialmente en los siguientes contenidos de la opción A de 4º ESO:

- Bloque 1: Planificación y utilización de procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización. Expresión verbal de argumentaciones, relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución de problemas con la precisión y rigor adecuados a la situación. Interpretación de mensajes que contengan argumentaciones o información de carácter cuantitativo o sobre elementos y relaciones espaciales. Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas. Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones

a los problemas y en la mejora de las encontradas. Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

- Bloque 2: Interpretación y utilización de los números y las operaciones en diferentes contextos, eligiendo la notación y precisión más adecuada en cada caso. Aumentos y disminuciones porcentuales. Porcentajes sucesivos.
- Bloque 3: Resolución de problemas cotidianos y de otras áreas de conocimiento mediante ecuaciones, ensayo y error o a partir de métodos gráficos con ayuda de los medios tecnológicos.
- Bloque 4: Utilización de conocimientos geométricos en la resolución de problemas del mundo físico: medida y cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, etc.
- Bloque 5: Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla o gráfica; análisis de resultados. Análisis de distintas formas de crecimiento en tablas, gráficas y enunciados verbales. Estudio y utilización de modelos funcionales no lineales: función exponencial; utilización de tecnologías de la información para su análisis.
- Bloque 6: Experiencias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para el recuento de casos y la asignación de probabilidades. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.

Una parte del cuaderno está pensada para que el alumno trabaje solo, mientras que en otra parte los alumnos trabajarán en parejas, grupos o en gran grupo. Pensamos que conjugar equilibradamente los distintos tipos de agrupamiento es un método enriquecedor, que permite la reflexión individual del alumno y, al mismo tiempo, el refuerzo de los aprendizajes, la discusión de ideas alternativas, etc.

Para trabajar este cuaderno proponemos la siguiente temporalización: duración aproximada de cinco sesiones de clase. Podría distribuirse de la siguiente manera:

- Primera sesión en el aula, destinando los primeros cinco minutos a presentar el cuaderno, explicar el método de trabajo y dar lectura a la introducción. Cada alumno hará la lectura silenciosa del primer texto en los siguientes 20 minutos. En el restante tiempo de clase, responderán el cuestionario por parejas, contando con las orientaciones del profesor.
- La segunda sesión también puede desarrollarse en el aula, y se dedicará a la revisión en gran grupo de las respuestas dadas al cuestionario (20 minutos) y al planteamiento de las actividades “para saber más”. Los alumnos pueden organizarse en grupos de 3 ó 4 para realizar una de las propuestas: el relato de la actividad 1 o uno de los tres supuestos de la actividad 2. Tendrán que completar el trabajo fuera del aula.
- En la tercera sesión, que tendrá lugar en la biblioteca, los alumnos leerán el texto 2 silenciosamente (10 minutos). El cuestionario se irá cumplimentando

en gran grupo, verificando en la pizarra los cálculos que se proponen, o buscando datos en los libros disponibles.

- Durante la cuarta sesión, también en la biblioteca, se propondrá a cada alumno que trabaje alguna de las opciones de la actividad de ampliación 1 o la actividad 2, orientando el profesor la búsqueda de información. Se puede fijar una fecha para exponer estos trabajos oralmente.
- El tercer texto puede trabajarse en la siguiente sesión proponiendo una lectura silenciosa (15 minutos), a la que seguirá el trabajo del cuestionario por parejas (30 minutos), y el inicio de la puesta en común en el restante tiempo de clase, pudiendo dedicar un tiempo de la siguiente clase a terminar la revisión de las respuestas al cuestionario. Se puede proponer de forma opcional que las actividades de ampliación sean trabajadas individualmente por el alumno fuera del aula, y, en fecha determinada, exponer oralmente los resultados de la actividad 2.

Para facilitar la corrección y calificación ofrecemos por un lado las respuestas a las actividades propuestas, los criterios e instrumentos de evaluación que pensamos adecuados y un mapa de los aspectos de la lectura trabajados. Respuestas y mapas figuran al final de esta guía.

En cuanto a los criterios de evaluación estos son:

- a) Comprensión de la información. Se valora si, en las respuestas a los cuestionarios, el alumno, además de obtener información literal del texto, es capaz de leer y comprender la información de tipo matemático, si sigue un razonamiento, si distingue la idea principal, etc.
- b) Interpretación de la información y elaboración de la misma para el trabajo matemático. Se valora que el alumno maneje con corrección las diferentes formas de representación que surgen en las actividades, que sepa trasladar información del lenguaje escrito a códigos matemáticos, que interprete y utiliza apropiadamente diagramas, tablas, gráficas, fórmulas.
- c) Búsqueda y contraste de informaciones. Se valora la capacidad del alumno de tomar decisiones cuando se requiere ampliar la información del texto, y la utilización de fuentes de información diversas.
- d) Expresión oral. Se valora la capacidad del alumno de producir mensajes orales para exponer sus opiniones, argumentos y conclusiones.
- e) Expresión escrita. Se valora que el alumno redacte con corrección sus trabajos, y cuide los aspectos formales. Se valora también la creatividad.
- f) Organización del trabajo en equipo. Se valora la capacidad de distribuir las tareas y colaborar con los compañeros.
- g) Actitud, interés y participación en las actividades, tanto individuales como grupales.

El alumno recibirá una calificación en función de los anteriores criterios, aplicando los siguientes instrumentos de evaluación:

1.- Observación del trabajo individual y grupal, tanto en el aula como fuera de ella, así como en la biblioteca.

- 2.- Entrega del cuaderno de lectura para su corrección;
- 3.- Valoración de la presentación de los informes escritos o murales, así como de las exposiciones orales.
- 4.- Pruebas escritas de evaluación de la materia, pudiendo incluirse en ellas alguna cuestión relacionada con los contenidos trabajados en el cuaderno, tanto referidas a aspectos históricos y culturales como a conocimientos específicamente matemáticos. También se puede incluir en la prueba escrita un texto breve de corte análogo a alguno de los del cuaderno, formulando algunas preguntas de índole similar a las de los cuestionarios.

También ofrecemos un listado de libros que convendría estuvieran en la biblioteca del centro escolar, así como algunas direcciones de Internet útiles. Al alumno no se le debe proporcionar dicho listado sino que hay que darle pautas de dónde puede buscar la información. Por ello en el cuaderno tan sólo se les indica en las instrucciones que la información sobre los temas que busca la encontrará en los libros que hablan sobre Matemáticas (número 51 de la CDU) y, ocasionalmente, de ciencias puras, exactas y naturales (nº 5 de la CDU) o biografías (nº 929 de la CDU). Tampoco es necesario que estén todos los libros que figuran en este listado. La información necesaria para contestar aparece, por lo general, en todos los libros y direcciones, pero consideramos que es más práctico ofrecer un amplio elenco por si no se encuentra alguno de los libros o si falla alguna de las direcciones.

BIBLIOGRAFÍA Y DIRECCIONES DE INTERNET RECOMENDADAS.

- AA.VV. (2002). *Diccionario Anaya de la Lengua*. Madrid: Anaya.
- AA.VV. (2003) *Un paseo por el mundo de las matemáticas*. Murcia: edición de los autores.
- AA.VV. (1987). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis (Matemáticas: cultura y aprendizaje)
- BLANCO L. (2009). *Arquímedes, el despistado*. Madrid: El rompecabezas.
- CORBALÁN F. (1995) *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó
- FABRETTI, C. (2008). *Malditas matemáticas*. Madrid: Santillana, colección Alfaguara juvenil.
- GARCÍA J. Y BELTRÁN C. (1994) *Geometría y experiencias*. Madrid: Alhambra, colección BREDA.
- MANKIEVICZ R. (2005). *Historia de las matemáticas. Del cálculo al caos*. Barcelona: Paidós.
- PAENZA, A. (2006) *Matemática: estás ahí?* Barcelona: RBA.
- PAULOS, J. A. (1993) *El hombre anumérico*. Barcelona: Tusquets.
- PAULOS, J. A. (2003) *Más allá de los números*. Barcelona: Tusquets.
- PERELMAN, Ya. (1982). *Matemáticas recreativas*. Moscú: Mir.
- PERERO M. (1994). *Historia e historias de matemáticas*. México: Grupo editorial Iberoamericana.
- TORRIJA R. (1999). *Arquímedes alrededor del círculo*. Madrid: Nivola.
- <http://mx.geocities.com/haclementi.com/historia.html>
- <http://ciencia.astroseti.org/matematicas/index.php>
- <http://www.divulgamat.net>
- <http://www.worldometers.info/es/>
- <http://portalplanetasedna.com.ar/hitos.html>
- <http://www.unex.es/~fan/cuantica/mc%2010/Web/Tales/lapl.html>
- <http://www.terra.es/personal/migzotan/sistemasolar>
- <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias>
- <http://www.vitutor.net>
- <http://www.disfrutalasmaticas.com>
- <http://es.wikipedia.org>

RESPUESTAS A LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS.

Texto I. Cuestionario.

Pregunta 1. Apartado D. (La opción A no es correcta pues los contenidos de biología no son el tema principal; son meramente ornamentales)

Pregunta 2. Dos mil microbios fuera de control se reproducen de modo que cada mes aumentan en un 40%, es decir, se multiplica la cantidad de microbios al inicio del mes por un factor 1'4. Y al siguiente mes pasa otra vez lo mismo, etc.

Pregunta 3. Se confrontan el modelo lineal que defiende el economista con el modelo exponencial que defiende el bacteriólogo. (Los alumnos buscarán información sobre estos modelos funcionales, que han podido introducirse previamente a la lectura). Todo parece indicar que el economista está equivocado.

Pregunta 4. La primera gráfica corresponde al modelo exponencial; la tercera al modelo lineal, y la segunda es la de autor anónimo.

Pregunta 5. La tabla de valores queda así:

Tiempo en meses	0	1	2	3	...
N.º protionos	2000	2800	3600	4400	...

(Los alumnos elaborarán esta tabla efectuando el 40% de los protionos iniciales -sale 800, como dice el economista-, para ir añadiendo a continuación a cada mes esa misma cantidad de protionos. Debe animarse a los alumnos a agregar datos a la tabla hasta alcanzar la cifra peligrosa de 10000 protionos).

Pregunta 6. La gráfica debe hacerse cuidando de asignar al eje de abscisas la variable independiente (el tiempo) y al de ordenadas la dependiente (nº de protionos). Además es importante elegir en cada eje la escala apropiada a la magnitud de los datos: es conveniente graduar el eje OY en millares, por ejemplo, previendo espacio suficiente para representar la cantidad de 10000 protionos.

Pregunta 7. La tabla de valores queda así:

Tiempo en meses	0	1	2	3	...
N.º protionos	2000	2800	3920	5488	...

(Se puede en un principio dejar que los alumnos elaboren esta tabla efectuando en cada mes el 40% de los protionos de dicho mes, y luego la suma de ese resultado con el nº de protionos de partida; pero es interesante que el profesor intervenga oportunamente para señalar a los alumnos que el cálculo se simplifica empleando el factor constante 1'40; lo cual resulta muy práctico si se quiere completar la tabla hasta que se alcancen al menos 10000 protionos)

Pregunta 8. Al trazar esta gráfica sobre el mismo diagrama de ejes que la de la pregunta 6, se visualiza que sólo durante el primer mes coinciden los cálculos de ambos expertos, siendo notable la diferencia en el ritmo de crecimiento de cada gráfica durante los siguientes meses.

Pregunta 9. El recipiente resiste hasta 10000 individuos. Los científicos calculan que se tardará “cerca de cinco meses” en alcanzar esa cifra. Ese cálculo no se justificaría atendiendo al modelo del economista (se necesitarían 10 meses), pero es coherente con el modelo del bacteriólogo (en el 4º mes se alcanzan 7683 individuos; para el quinto mes, se tienen 10756 individuos)

Pregunta 10. El método del que se habla es la *interpolación*; la fórmula sería la *expresión algebraica de la función*. (Aquí el Dr. Bacterio comete una leve imprecisión lingüística. El profesor puede aprovechar esta pregunta para comentar algo más sobre dichos métodos o fórmulas).

Pregunta 11. Una línea de razonamiento útil para efectuar la estimación de días en considerar que, si los protionos aumentan en 3073 individuos entre el 4º y el 5º mes, y sólo se necesitaban 2317, se trata entonces de plantear una *regla de tres*:

$$\frac{AB}{14} = \frac{1}{0'7}$$

El resultado es 22 días -aproximando por defecto: ¡seamos prudentes!. (Los alumnos pueden comprender este tipo de estimación, equivalente a una interpolación lineal, sin necesidad de una justificación rigurosa del método. Puede ser conveniente un trabajo posterior más pausado en torno a la expresión algebraica exponencial, y su utilización para lograr una respuesta más

precisa, mediante ensayo y error. El uso de logaritmos parece excesivo para este nivel; no obstante, la respuesta más exacta, obtenida mediante cálculo logarítmico es que se dispone de 4'783271062 meses, o sea, 23'498 días, es decir, 23 días 11 horas, 57 minutos, 18.6 segundos para localizar a los dichos protionos)

Pregunta 12. La redacción es abierta. Puede sugerirse que indiquen si hubo tiempo para organizar la búsqueda o no, si al final aparecieron los microbios o estalló el frasco; y en caso de que estallara si hubo algún modo de detener la nube, etc.

Texto 1. Para Saber más.

Actividad 1. En el relato deben incluirse algunas pistas sobre estimaciones numéricas implicadas en la trama. En poco más de 24 días toda la galaxia queda contaminada. Es preciso animarles a ser creativos en el estilo de redacción.

Actividad 2. Se comprueba en la tabla y la gráfica que el tiempo disponible en el primer incidente es inferior a 7 meses (6'84 aprox.); ¡Menos del doble que el tiempo de la galaxia +Q3! Para el segundo caso, el tiempo vuelve a ser 6'84 meses; si esperaron hasta el 9º mes, acabarían contaminados. Los protagonistas del tercer incidente actuaron aun más imprudentemente, puesto que el tiempo disponible era sólo de 6'65 meses: ¡muchísimo menos de lo que imaginaban!

Texto 2. Cuestionario.

Pregunta 1. Son verdaderos los apartados C y D. Falsos los demás. (El apartado B suscita debate; es falso pues en el texto no se hacen cálculos exactos, sino meramente estimativos)

Pregunta 2. Es apropiado cualquier título que resalte aspectos como la inquietud por la existencia de vida extraterrestre, la enormidad de las distancias siderales o del tiempo de existencia del universo, etc.

Pregunta 3. Elemento a destacar es la estructura en cuatro párrafos: el 1º introduciendo la cuestión y estableciendo las condiciones previas en cuanto a nº de estrellas con vida, y los tres siguientes para exponer en cada uno un tipo de argumento en relación con el tema. Términos argumentativos como “en primer lugar”, “por tanto”, “la segunda razón”, “de hecho”, etc salpican todo el texto. El primer párrafo termina con una *pregunta retórica*. Son habituales las formas verbales en tiempo presente o en modo condicional. El carácter estimativo de los cálculos se evidencia por expresiones como “se estima”, “aproximadamente” “supongamos”, “en promedio”, “unos 100 millones”, etc.

Pregunta 4. La opción C sería ajustada a lo que dice el texto. (La E y la G pueden suscitar dudas: lo que el autor argumenta no es que la vida extraterrestre se diera en otro periodo de tiempo diferente al nuestro, sino que el tiempo de pervivencia de las civilizaciones es limitado, por lo cual aumenta la distancia entre vecinos. La opción G sólo es correcta si suponemos que las naves alienígenas se desplazan a la velocidad de la luz, lo cual es mucho suponer).

Pregunta 5. Opción C

Pregunta 6. La notación científica consiste en escribir el número en forma decimal con una sola cifra entera, multiplicado por una potencia de diez adecuada. Ejemplo aparecido en el texto: la distancia entre civilizaciones coetáneas es de 2000 años-luz, que en notación científica sería 2×10^3 años-luz. En la bibliografía, los alumnos pueden consultar otras cantidades expresables en notación científica, como por ejemplo, la masa del sol, distancias del sol a otros planetas, etc. Son útiles las páginas www.terra.es, o ciencia.astroseti.org, entre otras. La tira cómica de Mafalda versa sobre la población de China, cifrada en 7×10^8 chinos, y las dificultades para imaginar tan enorme cantidad. Esta anécdota puede servir para sugerir a los alumnos que expresen la población de la propia Comunidad autónoma, de España, de la Unión Europea, del Mundo, etc. Para ello, pueden buscar información en es.wikipedia.org o en www.worldometers.info. Ésta última referencia ofrece otros datos interesantes sobre educación, salud, medioambiente, etc., que el profesor puede sugerir que sean escritas en notación científica con el nivel de precisión que considere razonable.

Pregunta 7. Un año-luz es la distancia que la luz recorre en un año. La velocidad de la luz, en notación científica se escribe: 3×10^5 km./s.

Pregunta 8. A) En un año entran 31.536.000 segundos.

B) Redondeado el resultado anterior a dos cifras significativas, y escrito en notación científica, se tiene: $3,1 \times 10^7$ segundos.

C) La luz recorre aproximadamente 3×10^5 kilómetros en cada segundo.

D) La multiplicación da como resultado $9,3 \times 10^{12}$ kilómetros, o sea, algo más de 9 billones de kilómetros. El dato de *diez billones* que emplea el autor no coincide exactamente, pero es una buena aproximación para el tipo de cálculos estimativos que se necesitan en el texto.

Pregunta 9. En el texto se dice que la distancia de 500 años-luz es diez mil millones de veces más grande que la distancia Tierra-Luna. Aproximando el año-luz a 10^{12} km., se tiene que la distancia Tierra-Luna será:

$$\frac{25}{5} = \frac{25 + h}{80}$$

Pregunta 10. A) En la galaxia hay 10^{11} estrellas.

B) La décima parte de ellas son $80 \times 25 = 5$ estrellas con planetas.

Una de cada cien tendrán planeta “en zona viva”: $h = \frac{2000 - 125}{5}$ estrellas.

La décima parte de éstas tienen el tamaño apropiado, y nos quedan, pues: $\frac{100}{150} = \frac{x}{104 + 11}$ estrellas candidatas a albergar vida.

En la décima parte de ellas (es decir 10^6 estrellas) podría haber surgido ya esa vida. Esta cifra es el millón de estrellas con vida que supone el autor que existen en la galaxia.

C) Volumen de la galaxia: 10^{14} años-luz cúbicos.

D) Volumen disponible para cada estrella con vida: $10^{14} \div 10^6 = 10^8$ años-luz cúbicos.

E) Debe hacerse la raíz cúbica del resultado anterior para hallar la arista de un cubo que tenga

ese volumen; así: $\sqrt[3]{10^8} = 464'16 \approx 500$ años-luz, aproximadamente.

F) Duración supuesta de la vida avanzada: 10^8 años.

G) Edad de nuestra galaxia: entre $1,2 \times 10^{10}$ y $1,5 \times 10^{10}$ años.

H) Dividido el dato del apartado G entre el dato del apartado F se obtiene:

$(1,5 \times 10^{10}) \div (10^8) = 1,5 \times 10^2$ periodos de tiempo disponibles para que florezca la vida.

Dividiendo entre esa cantidad el millón de estrellas que pueden albergar vida sale:

$(10^6) \div (1,5 \times 10^2) \approx 0,7 \times 10^4 \approx 10^4$ estrellas en que se daría simultáneamente vida avanzada.

I) Revisión del apartado D: cuando se consideran “sólo” 10^4 estrellas con vida, el volumen disponible pasa a ser: $10^{14} \div 10^4 = 10^{10}$ años-luz cúbicos.

Revisión de la distancia calculada en el apartado E: $\sqrt[3]{10^{10}} = 2154'43 \approx 2200$ años-luz, lo cual, efectivamente, supera la cifra de 2000 años-luz, tal como argumenta el autor.

Texto 2. Para Saber más.

Actividad 1. Las referencias bibliográficas mejores para orientar la búsqueda de información del alumnado para este tipo de trabajos son: Para las propuestas a) y c): PAULOS, J.A. (1993); para las propuestas b), d), g) y h): PERELMAN Ya. La propuesta e) puede trabajarse a partir de alguno de los libros sobre Arquímedes. También puede consultarse PAENZA A. -particularmente para trabajar la propuesta f)- y las páginas web referidas al sistema solar, como la www.terra.es y otras. Se trataría de seleccionar un párrafo del correspondiente libro o página web y hacer el seguimiento de los cálculos sugeridos, al estilo de lo realizado para la pregunta 10 del cuestionario.

Actividad 2. Posibles respuestas para el cuadro: 1ª línea: 1×10^0 . 2ª línea: medio minuto. 3ª línea: dos minutos. 4ª línea: $3,6 \times 10^3$. 5ª línea: tres horas ($1,1 \times 10^4$). 6ª línea: dos días. 7ª línea: $1,2 \times 10^6$. 8ª línea: $1,6 \times 10^7$. 9ª línea: cuatro años ($1,2 \times 10^8$). 10ª línea: un siglo. 11ª línea: cuatro siglos ($1,3 \times 10^{10}$). 12ª línea: $1,3 \times 10^{11}$. 13ª línea: cincuenta milenios ($1,6 \times 10^{12}$). Para situar los “hitos históricos”, el profesor puede orientar al alumnado hacia las referencias de CORBALÁN F., PAENZA A. y también la página portalplanetasedna.com.ar. Son fáciles de situar la invención del cinematógrafo (hace un siglo) o del móvil (un par de décadas). Las cifras árabes se conocen en Europa desde hace un milenio (orden 10^{10} segundos). Los Neandertales aparecieron hace unos 150 milenios (orden 10^{12} segundos).

Texto 3. Cuestionario.



Pregunta 1. Regla de Laplace: La probabilidad de un suceso es el cociente de los casos favorables entre los casos posibles. Se aplica a las situaciones en que todos los casos tienen idéntica posibilidad de ocurrir. Laplace, matemático y astrónomo francés, vivió a finales del s. XVIII e inicios del s. XIX. Llegó a ser ministro de Napoleón. Publicó su *teoría analítica de las probabilidades* en 1812.

Pregunta 2. A) 50%. B) $0\hat{1}6$. C) $\frac{1}{4}$. D) $0\hat{1}25$

Pregunta 3. A) Debe señalarse el casillero donde está anotado VV

B) Al completar el cuadro, se observa que la suma de 7 puntos puede obtenerse en 6 casos de un total de 36, es decir, que la probabilidad es $0\hat{1}6$.

Pregunta 4. A) La probabilidad de que sean dos hombres es $\frac{3}{8}$

B) Probabilidad de tener un solo hombre: $\frac{3}{8}$

C) Probabilidad de que salga al menos un hombre: $\frac{7}{8}$ (Puede analizarse el suceso complementario: ningún hombre, es decir, las tres mujeres, cuya probabilidad es $\frac{1}{8}$, y restar esa cantidad de la unidad)

Pregunta 5. Regla del producto: la probabilidad de sucesos compuestos independientes, se obtiene efectuando el producto de la probabilidad de cada suceso simple.

Pregunta 6. La probabilidad del suceso diez transeúntes, todos varones se obtiene haciendo

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024} \approx 9,77 \times 10^{-4}$$

Efectivamente es menos que una milésima. (Esta es una oportunidad para recordar el significado de los exponentes negativos; y que la milésima correspondería a la potencia de diez con exponente -3 , la millonésima exponente -6 , etc.)

Pregunta 7. Para el problema de que con veinte transeúntes salgan todos varones, el joven matemático estima una probabilidad de una millonésima. He aquí el cálculo:

$$\frac{1}{2^{20}} = 9,5 \times 10^{-7}$$

Salte ligeramente inferior a la millonésima; por lo cual se puede dar por confirmada la estimación del matemático.

Pregunta 8. Para cien transeúntes, la probabilidad de que todos sean hombres es de

$$\frac{1}{2^{100}} = 7,9 \times 10^{-31}$$

: un número de orden inferior a la quintillonésima: $0\hat{0}00\dots\dots\dots 1$

veintinueve ceros

Pregunta 9. Se describe esa probabilidad con la frase “una gota de agua en diez océanos”.

Pregunta 10. El matemático apuesta su bicicleta contra un rublo a que no se dará el suceso de que los cien siguientes transeúntes que pasen por la ventana sean todos varones. Pierde esa apuesta. Los cálculos le fallaron porque se olvidó de que las reglas de la probabilidad han de aplicarse cuando se suponen todos los casos como igualmente posibles, y esa condición se quiebra al estar programado un desfile militar (y se conoce que en la Rusia de la época en que transcurre la escena no había mujeres en el ejército).

Texto 3. Para Saber más.

Actividad 1. Se pretende que los alumnos realicen un trabajo lúdico, tipo *puzzle*, guiándose por el diálogo que han leído. El orden más coherente para los bocadillos de la historieta de Astérix es el siguiente:

1ª viñeta.- En la aldea gala se discute de ciencia...

2ª viñeta.- Obélix: ¿Cuál es la probabilidad de que los cien próximos visitantes de la aldea sean todos varones?; Astérix: Es igual a $\frac{1}{2^{100}}$

3ª viñeta.- Obélix: ¡Pues yo apostaría 1 sestercio contra mil a que los próximos cien visitantes serán todos varones! Astérix: ¡Pero Obélix, ten en cuenta que es una probabilidad

ínfima! ¡La cifra que sale es aproximadamente 10^{-30} !

4ª viñeta.- Obélix: Si cree que no pasará, Sr. Astérix, ¿cuánto apostaría usted contra mi sestercio? Astérix: ¡Apostaría todo, Sr. Obélix! ¡Todo lo que tengo!.

5ª viñeta: Obélix: **¡¡TODO LO QUE TIENES!!** Astérix: Pues sí, hombre. La probabilidad es tan baja que en esa apuesta yo no arriesgaría nada, y tú perderás seguro.

6ª viñeta: Obélix: ¡Largémonos, Ideafix! ¡Astérix es un fanfarrón que se toma a broma nuestras inquietudes científicas!

7ª viñeta: Astérix: ¡Está bien, Obélix! ¡Apuesto mi colección de barcos piratas contra tu sestercio! Obelix: El señorito Astérix me sigue tomando el pelo, pero voy a aceptar su loca apuesta...

8ª viñeta.- Obélix: **¡...PORQUE SÓLO UN LOCO APOSTARÍA ALGO TAN VALIOSO CONTRA UN MISERO SESTERCIO!** Astérix: **¡EL LOCO IGNORANTE ES USTED!**

9ª viñeta.- *Voz en off*: **¡¡ALERTA!! ¡¡CENTURIA ROMANA ACERCÁNDOSE A LA ALDEA!!**

10ª viñeta.- Obélix: O sea, cien romanos juntos, ¿eh? ¿Quién es el loco ahora, Astérix?

Actividad 2. Matemáticos que pueden ser citados entre los pioneros del cálculo de probabilidades son: en el s. XVI Cardano y Galileo; en el XVII, Huygens, Fermat, Pascal y Leibniz. Al inicio de XVIII, Jacques Bernoulli escribe su obra *Ars conjectandi*. Se puede mencionar en ese siglo a Buffon, Bayes y, por supuesto, Laplace. Es interesante que en el trabajo se haga referencia a juegos de azar parecidos a los dados, pero con el hueso astrágalo, que se jugaban en Egipto, Grecia y Roma; y a la afición a los dados en la Edad Media y el Renacimiento, que preocupaba a la Iglesia. La referencia de AA.VV. *Azar y probabilidad* resulta particularmente útil como fuente de consulta.

			Obtención de Información	Comprensión general	Elaboración de una interpretación	Reflexión y valoración del contenido de un texto	Reflexión y valoración de la forma de un texto		
TEXTO 1	CUESTIONARIO	Pregunta 1	X	X		X	X		
		Pregunta 2	X	X		X			
		Pregunta 3	X	X		X			
		Pregunta 4	X		X				
		Pregunta 5	X		X				
		Pregunta 6			X				
		Pregunta 7	X		X				
		Pregunta 8			X				
		Pregunta 9	X			X			
		Pregunta 10	X			X			
		Pregunta 11	X		X				
		Pregunta 12		X	X	X			
		PARA SABER MÁS	Actividad 1	X		X	X	X	
			Actividad 2	X		X			
TEXTO 2	CUESTIONARIO	Pregunta 1	X	X		X	X		
		Pregunta 2	X	X	X				
		Pregunta 3	X				X		
		Pregunta 4	X	X		X			
		Pregunta 5	X						
		Pregunta 6	X	X	X				
		Pregunta 7	X		X				
		Pregunta 8	X		X	X			
		Pregunta 9	X		X				
		Pregunta 10	X	X	X				
		PARA SABER MÁS	Actividad 1	X	X	X	X		
			Actividad 2	X	X	X			
		TEXTO 3	CUESTIONARIO	Pregunta 1	X	X		X	
				Pregunta 2	X	X	X		
Pregunta 3	X				X				
Pregunta 4	X				X				
Pregunta 5	X				X				
Pregunta 6	X				X	X			
Pregunta 7	X				X	X			
Pregunta 8	X				X	X			
Pregunta 9	X						X		
Pregunta 10	X				X	X			
PARA SABER MÁS	Actividad 1			X			X		
	Actividad 2			X	X		X		



Bibliocañada, la aventura continúa
*Materiales para la lectura
y el uso de la biblioteca escolar*

Depósito Legal: MU-264/2009



GOBIERNO DE ESPAÑA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Estos materiales se han realizado gracias a la subvención del Ministerio de Educación, Política Social y Deporte (Orden ECI754/2008, de 10 de marzo, por la que se conceden ayudas para la elaboración de materiales para facilitar la lectura en las diferentes áreas y materias del currículo y para la realización de estudios sobre la lectura y las bibliotecas escolares, convocadas por Orden ECI/2.687/2007, de 6 de septiembre).